東京理科大学 TOKYO UNIVERSITY OF SCIENCE since 1881

RIST TUS
Research Institute for Science & Technology

～ 数学解析の他分野への応用の試み～

研究推進機構　総合研究院　数理解析連携研究部門

▶ 研究概要

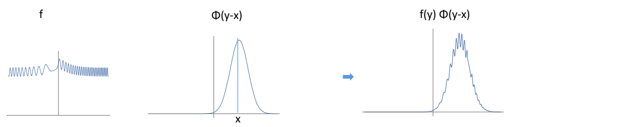
数学の１分野である解析学を他分野へ応用することが目的である.

解析学の中心課題である微分方程式の研究と他分野との連携を図ることが研究の中心で，以下のテーマで研究している.
・シュレーディンガー方程式の解の新しい計算法
・感染症の数理モデルによる，感染症流行動態の解明
・数学的逆問題の他分野への応用

▶ 研究開発成果

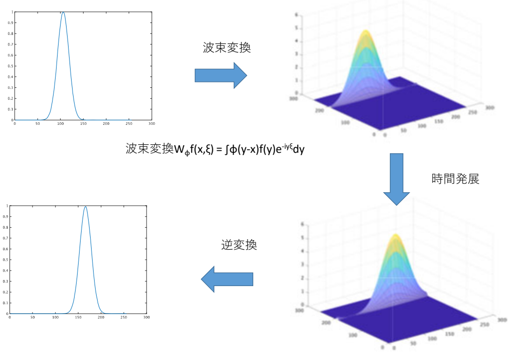
波束変換によるシュレーディンガー方程式の解の数値計算

波束変換とは？
関数fをxの近くで局所化し，フーリエ変換すること



これをyについてフーリエ変換したものが波束変換
波束変換は位置xと周波数の変数kを持つ

波束変換を経由して時間発展し元に戻すことによりシュレーディンガー方程式の解を求める方法



加藤らの研究により，解の波束変換の時間発展がわかっている.

Kato etl al. ,Estimates on modulation spaces for Schrödinger evolution operators with quadratic and sub-quadratic potentials, with M. Kobayashi and S. Ito, J. Funct. Anal. 266 (2014), no. 2, 733-753.

【計算手順】

$$W_0(t_2,t_1;\varphi_0)u_0 := e^{-\frac{i}{2}s|\xi|^2 - i\int_{t_1}^{t_2} V(s,x-s\xi)ds} W_{\varphi_0}u_0(x-(t_2-t_1)\xi,\xi),$$

and

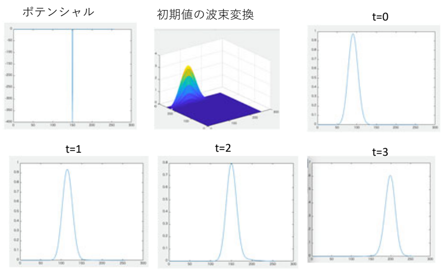
$$\mathcal{W}_0(t_2,t_1;\varphi_0) := W^*_{\varphi(t_2-t_1)}[W_0(t_2,t_1,\varphi_0)],$$

where $W^*_\psi[F](x) = \iint \psi(x-y)F(y,\xi)e^{ix\xi}dy\,đ\xi$ and $\varphi(t) = e^{i/2\Delta}\varphi_0$.

$$\mathcal{U}(t_0) = \lim_{N\to\infty}\prod_{j=1}^{N}\mathcal{W}_0(j\Delta_N,(j-1)\Delta_N;\varphi_{\Delta_N}) \text{ in } B(L^2,L^2),$$

where $\varphi_{\Delta_N}(x) = \Delta_N^{-n/4}\varphi_0(\Delta_N^{-1/2}x)$.

ポテンシャルが-a² sech(a²(x-b))場合の計算例



【最近の出版論文】

S. Ito and K. Kato, ” Wave front set of solutions to Schrödinger equations with perturbed harmonic oscillators“, J. M. A. A. 507-125821(2022).

T. Yoneyama and K. Kato, “Characterization of the ranges of wave operators for Schrödinger equations with time-dependent short-range potentials via wave packet transform”, F. E. Vol. 63, 19-37(2020).

▶ 今後の展開

・シュレーディンガー方程式の数値計算
現在得られている数値計算スキームをブラッシュアップして長時間安定かつ効率的なものにし，具体的な計算を行うこと.

・感染症の数理モデル
移流を考慮した方程式の解析や spreading speed の評価などの精密な解析を行うこと.
感染症の再感染を考慮した SIS, SIRS などの方程式系へ応用すること.
中長期の流行を見るために，個体の出生と死亡を考慮した場合の解析を行うこと.
感染個体に加えて，感受性個体の拡散も考慮して，進行波の存在と非存在の解析を行うこと.

・数学的逆問題の応用
３次元の亀裂の問題についての考察を行うこと.
実際のデータを用いた解析を行うこと.

【連絡先】研究部門長（理学部第一部数学科）
加藤　圭一
kato@rs.tus.ac.jp