

～ 数学解析の他分野への応用の試み～

研究推進機構 総合研究院 数理解析連携研究部門

▶ 研究概要

数学の1分野である解析学を他分野へ応用することが目的である。

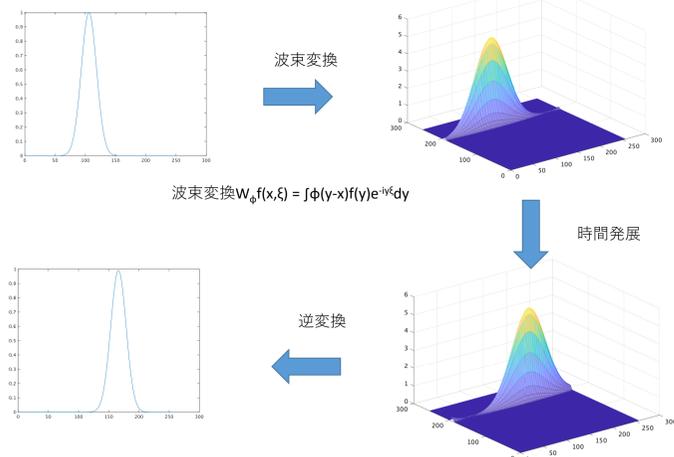
解析学の中心課題である微分方程式の研究と他分野との連携を図ることが研究の中心で、以下のテーマで研究している。

- ・シュレーディンガー方程式の解の新しい計算法
- ・感染症の数理モデルによる、感染症流行動態の解明
- ・数学的逆問題の他分野への応用

▶ 研究開発成果

波束変換によるシュレーディンガー方程式の解の数値計算

波束変換を経由して時間発展し元に戻すことによりシュレーディンガー方程式の解を求める方法



加藤らの研究により、解の波束変換の時間発展がわかっている。

Kato et al., Estimates on modulation spaces for Schrödinger evolution operators with quadratic and sub-quadratic potentials, with M. Kobayashi and S. Ito, J. Funct. Anal. 266 (2014), no. 2, 733-753.

【計算手順】

$$W_0(t_2, t_1; \varphi_0) u_0 := e^{-\frac{i}{2} \int_{t_1}^{t_2} \int_{\mathbb{R}^d} V(s, x-s) ds} W_{\varphi_0} u_0(x-(t_2-t_1)\xi, \xi),$$

and $W_0(t_2, t_1; \varphi_0) := W_{\varphi_0}^*(t_2-t_1) [W_0(t_2, t_1; \varphi_0)]$, $U(t_0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^N W_0(j\Delta_N, (j-1)\Delta_N; \varphi_{\Delta_N})$ in $B(L^2, L^2)$,

where $W_0[F](x) = \iint \psi(x-y) F(y, \xi) e^{ik\xi} dy d\xi$ and $\varphi(t) = e^{i\frac{t}{2} \Delta}$.

where $\varphi_{\Delta_N}(x) = \Delta_N^{-n/4} \varphi_0(\Delta_N^{-1/2} x)$.

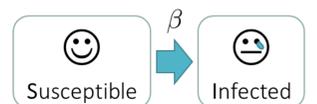
【最近の出版論文】

S. Ito and K. Kato, "Wave front set of solutions to Schrödinger equations with perturbed harmonic oscillators", J. M. A. A. 507-125821(2022).

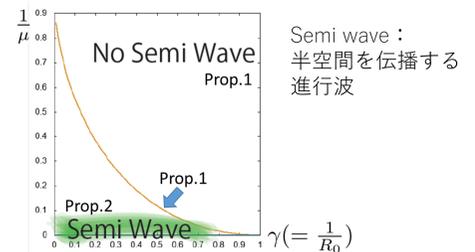
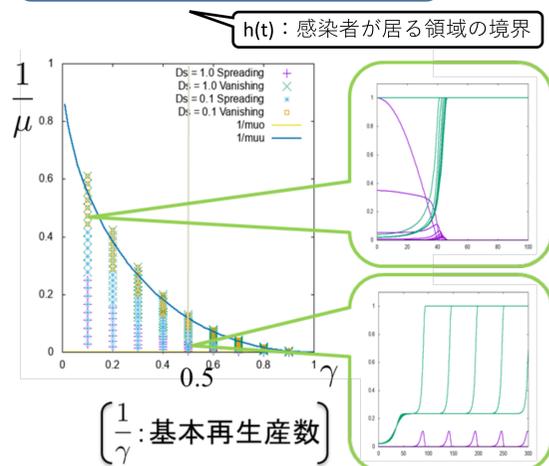
T. Yoneyama and K. Kato, "Characterization of the ranges of wave operators for Schrödinger equations with time-dependent short-range potentials via wave packet transform", F. E. Vol. 63, 19-37(2020).

人の移動を考慮した感染症流行の数理モデル

$$\begin{cases} S_t = dS_{xx} - SI, & x \in \mathbb{R}, t > 0, \\ I_t = I_{xx} + SI - \gamma I, & x < h(t), t > 0, \\ S_x(t, 0) = I_x(t, 0) = 0, & t > 0, \\ 0 = I(h(t), t), & t > 0, \\ h'(t) = -\mu I_x(h(t), t), & t > 0, \\ h(0) = h_0. \end{cases}$$



$d > 0$: diffusion rate $\gamma > 0$: recovery rate
 $h_0 > 0$: initial front position for I at $t = 0$
 $\mu > 0$: moving coefficient



Spreading: 時間経過とともに $h(t)$ は発散し、際限なく感染者が侵入する

Vanishing: 時間経過とともに $h(t)$ は収束し、感染者が居る領域のどの点においても感染者の数は0に近づく

【出版論文】

Y. Enatsu, E. Ishiwata, T. Ushijima*, Traveling wave solution for a diffusive simple epidemic model with a free boundary, DCDS-S **14** (2021), no. 3, 835-850.

【関連活動】

- ・神楽坂「感染症にまつわる数理」勉強会、2018年2月～
<https://www.rs.tus.ac.jp/yenatsu/kids/kids.html>
- ・感染症に関連する数学・統計学・生物学・医学・薬学・工学などの幅広い分野の研究者の講演による勉強会（数か月おきの定期開催）
- ・神楽坂 応用数理にまつわる研究集会、2018年9月～（1年おきの定期開催）

第12回 神楽坂「感染症にまつわる数理」勉強会

主催：東京理科大学総合研究院 数理解析連携研究部門

メモリー効果を考慮した感染症数理モデル

中岡慎治氏

本講演では、再生方程式をベースにした定式化に着目し、感染源となるリザーブと感染維持(メモリー)効果に着目した研究を紹介する。具体例として、コロナウイルス感染症における前臨床段階データの活用、感染→軽症→重症化といった指数分布に従わないイベント遷移を考慮した感染動態の把握など、感染における集団・個体のメモリー効果を数値で表現する手段として、再生方程式が有効であることを紹介する。

日時：2022年8月3日(水)

15:00-17:15

場所：オンライン (Zoom)

問い合わせ先：辻澤 一 (yenatsu@rs.tus.ac.jp)

▶ 今後の展開

- ・シュレーディンガー方程式の数値計算

現在得られている数値計算スキームをブラッシュアップして長時間安定かつ効率的なものにし、具体的な計算を行うこと。

- ・感染症の数理モデル

移流を考慮した方程式の解析や spreading speed の評価などの精密な解析を行うこと。

感染症の再感染を考慮した SIS, SIRS などの方程式系へ応用すること。

中長期の流行を見るために、個体の出生と死亡を考慮した場合の解析を行うこと。

感染個体に加えて、感受性個体の拡散も考慮して、進行波の存在と非存在の解析を行うこと。

- ・数学的逆問題の応用

3次元の亀裂の問題についての考察を行うこと。

実際のデータを用いた解析を行うこと。

【連絡先】 研究部門長 (理学部第一部数学科)

加藤 圭一

kato@rs.tus.ac.jp