

～ 数学解析の他分野への応用の試み～

研究推進機構 総合研究院 数理解析連携研究部門

▶ 研究概要

数学の1分野である解析学を他分野へ応用することが目的である。

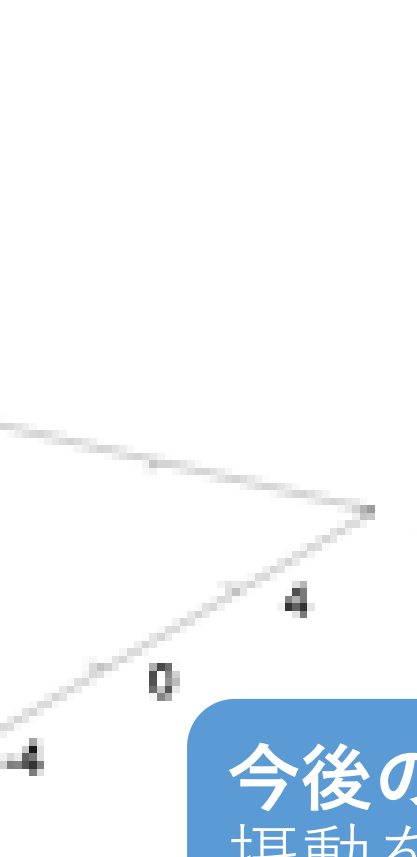
解析学の中心課題である微分方程式の研究と他分野との連携を図ることが研究の中心で、以下のテーマで研究している。

- ・感染症の数理モデルによる、感染症流行動態の解明
- ・シュレーディンガー方程式の解の新しい計算法
- ・数学的逆問題の他分野への応用

▶ 研究開発成果

・弾性波散乱解析 (理工・土木：東平光生)

point scatterers
source point



(a) 解析モデル

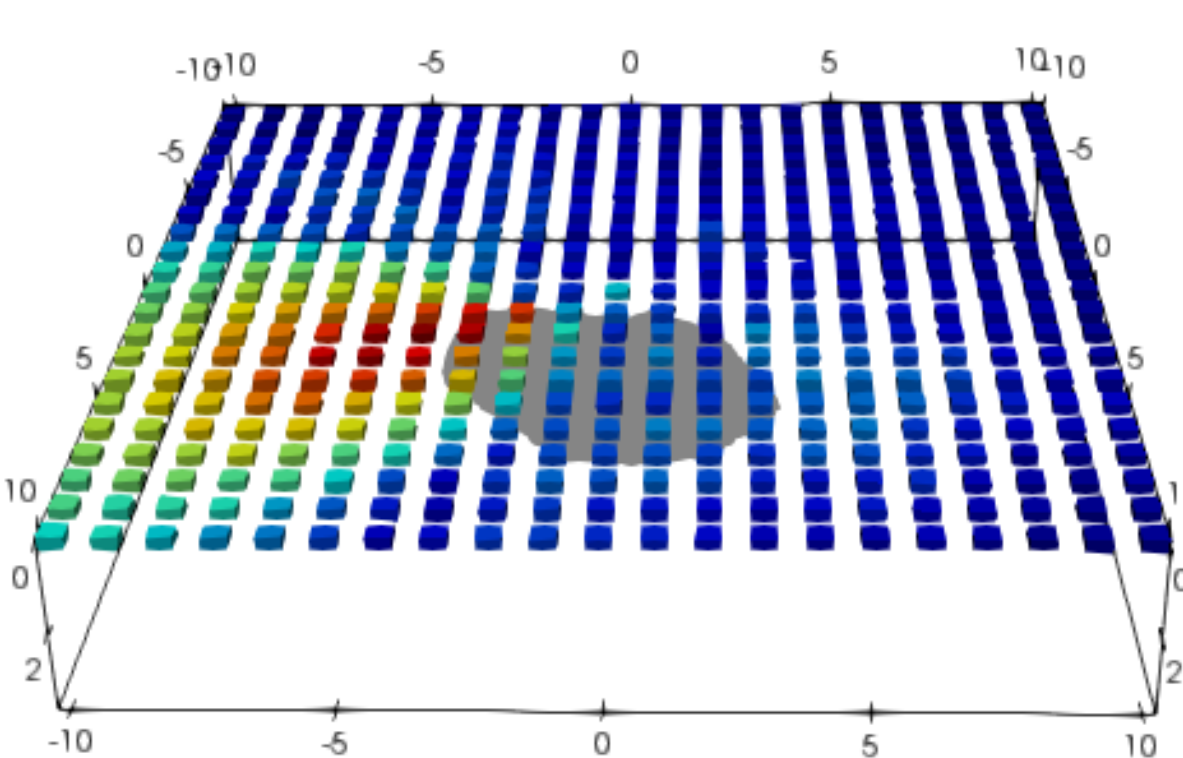
課題：弾性波動場における、弾性定数と密度で点散乱源を特徴づける場合の**発散の困難**の数学的解決

モデル：図(a)のように、点散乱源が高密度に分布するモデルに対してGreenのドットで表される位置から波動を照射

結果：弾性定数と密度の変動で点散乱源を特徴づけ、くりこみ理論を展開し散乱波動場を算出。自由表面上での変位分布を(b)Born近似と(c)くりこみ理論で比較。

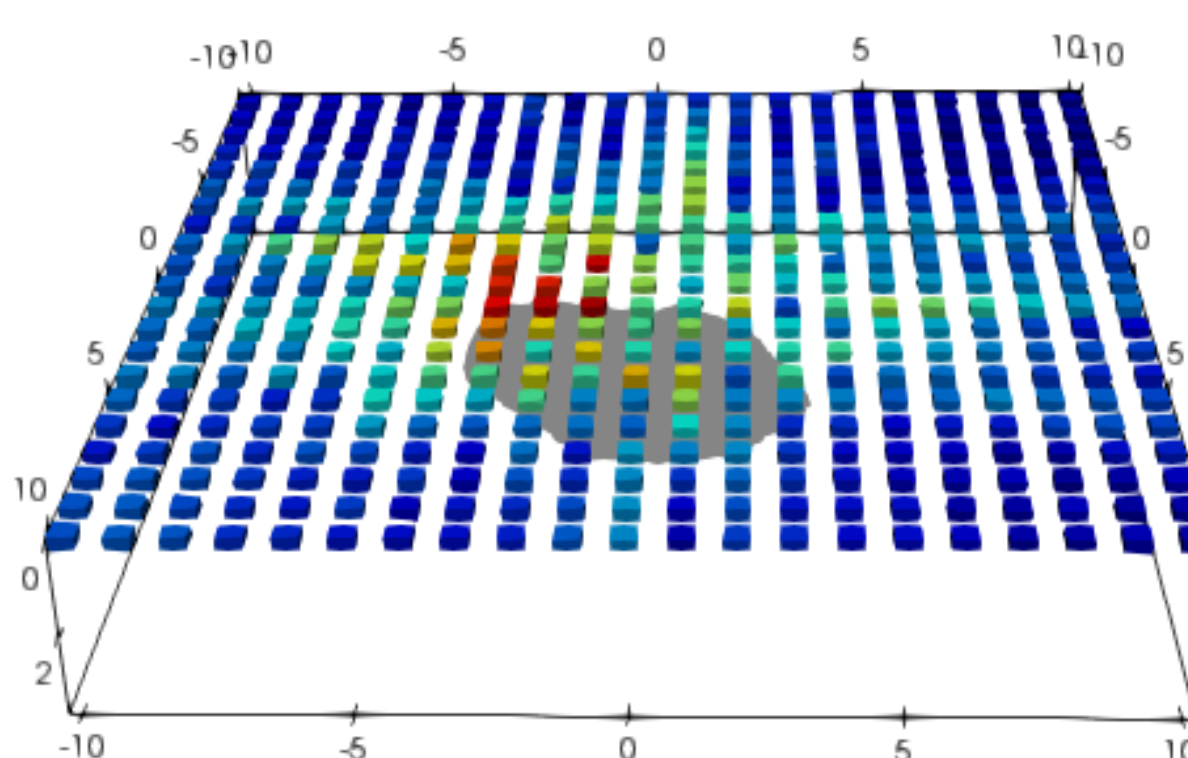
今後の課題：弾性波動場の作用素に対して、点散乱源の摂動を考え、極限移行のプロセスで、自己共役作用素へ収束することを示す**数学理論**が必要。この延長上に**逆問題**への展開がある。また、くりこみパラメータの物理的な解釈も古典力学のレジームで行うことも必要である。

displacement (cm)
0.0e+00 5.0e-2 1.0e-1 1.5e-1



(b) Born近似

displacement (cm)
0.0e+00 5.0e-2 1.0e-1 1.5e-1



(c) くりこみ理論

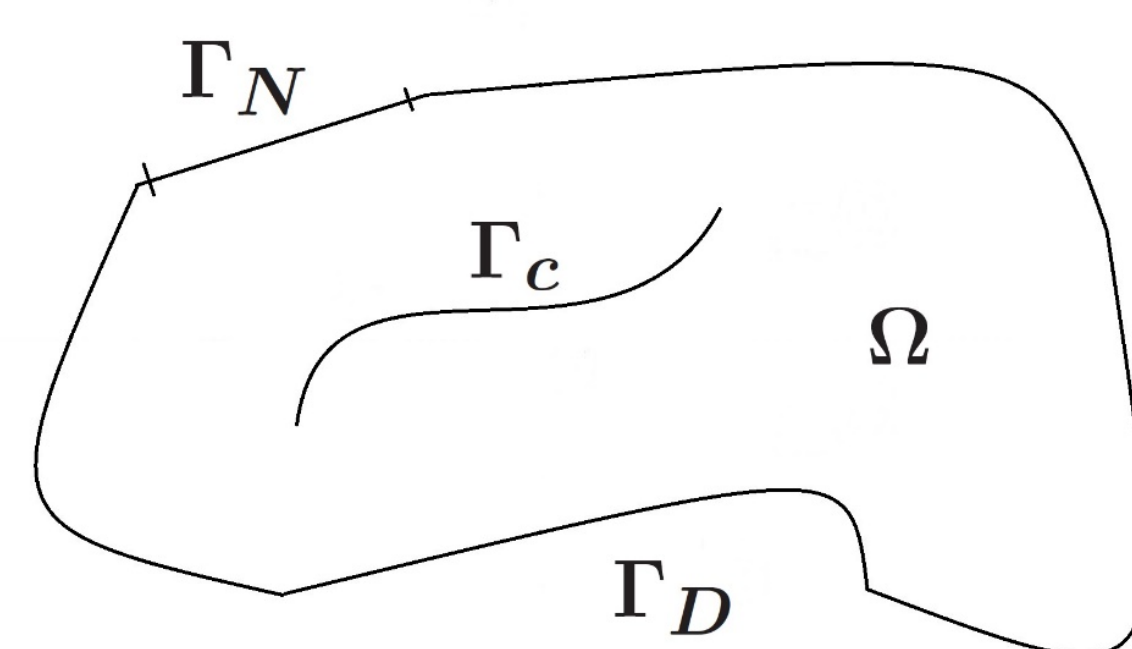
・き裂問題・接触問題の数学解析 (理2・数学：伊藤弘道)

粘弾性体モデル (Kelvin-Voigtモデルの一般化)

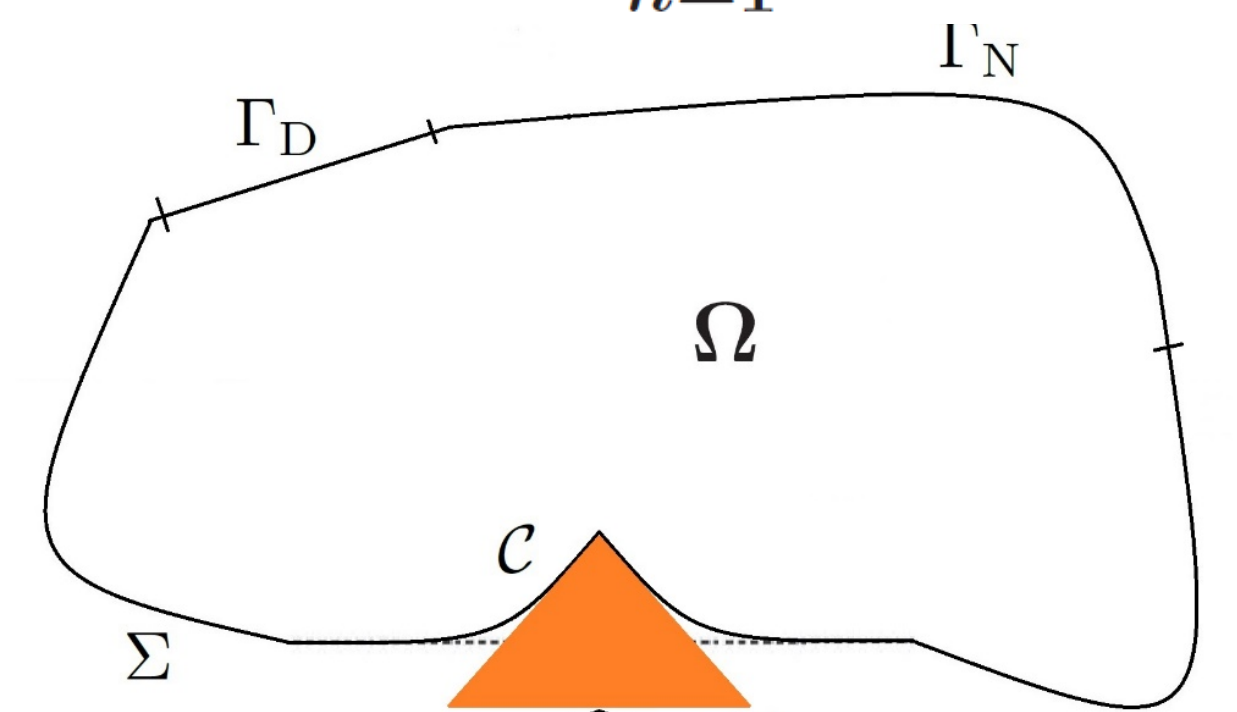
$$\varepsilon(t) = J(0)\mathcal{F}(\sigma(t)) + \int_0^t J'(t-s)\mathcal{F}(\sigma(s))ds.$$

Creep ft.: $J(t)$ with $J(0), J_1, \dots, J_N, \tau_1, \dots, \tau_N \geq 0$,

$$J(t) = J(0) + \sum_{n=1}^N J_n(1 - e^{-t/\tau_n}), \quad J'(t) = \sum_{n=1}^N \frac{J_n}{\tau_n} e^{-t/\tau_n}.$$



(d) き裂問題



(e) 剛体圧子の押し込み問題

結果：境界値問題の解の存在性などの定性的理論を確立した。
ただし、(e)は剛体との接触部分が単調に減少する場合

活動 (分野間交流)：・JSPS二国間交流事業 (ロシアとの共同研究)
・研究会「Elastic and dissipative motions of curves and interfaces in continuum media」の開催
・若手研究会「波動・振流の制御と逆問題 - 理論と数値計算 理論と数値計算 -」の開催

▶ 今後の展開

- ・感染症の数理モデル
移流を考慮した方程式の解析や spreading speed の評価などの精密な解析を行うこと。
感染症の再感染を考慮した SIS, SIRS などの方程式系へ応用すること。
中長期の流行を見るために、個体の出生と死亡を考慮した場合の解析を行うこと。
感染個体に加えて、感受性個体の拡散も考慮して、進行波の存在と非存在の解析を行うこと。

- ・本研究部門で開発したシュレーディンガー方程式の解の表現を用いて、長時間安定な数値計算スキームを開発し、具体的な計算を行うこと。

- ・弾性体に関する問題の数学解析
地震時の断層破壊の理論的考察を行うこと。
非破壊検査に由来する逆問題の解析を行うこと。

【連絡先】 数理解析連携研究部門長
(理学部第一部数学科)
加藤 圭一
kato@rs.tus.ac.jp